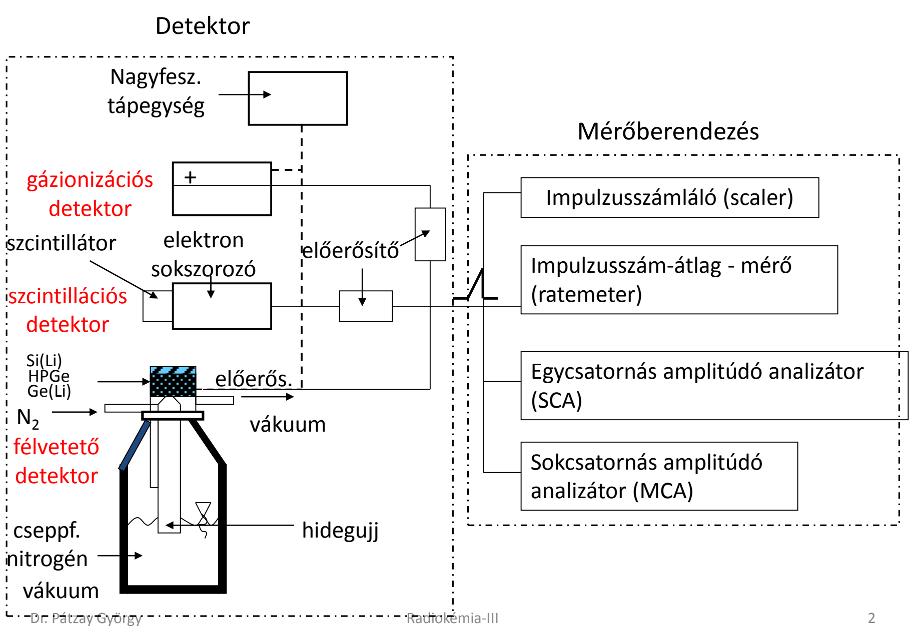
Radioaktív mérések értékelése

Nukleáris mérőberendezések kialakítása és tervezése

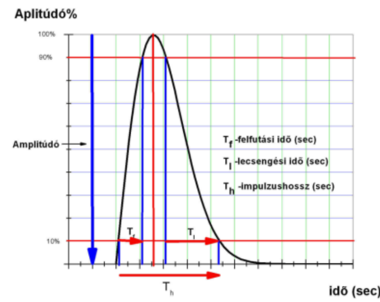


Nukleáris elektronika

Gyakran a kialakult töltésimpulzust feszültségimpulzussá alakítják át.

- Tápfeszültség biztosítása
- Jelfeldolgozás
- Számlálás
- Kiértékelés
- Kijelzés

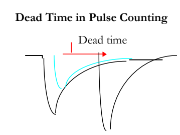
A	amplitúdó (V)
T_f	felfutási idő (sec)
T_l	lecsengési idő (sec)
T_h	impulzus hossz (sec)



A feszültségimpulzus polaritása legtöbbször negatív.

Detektorok jellemzői

Detektor	Amplitúdó	T_f	T_l
GM-cső	0,1-5 V	μs	50-300 μs
NaI(Tl)	1 mV-10 V	10^{-3}-1 μs	10
Ge(Li)	0,1-2 mV	0,1 μs	1-2 μs



Erősítők

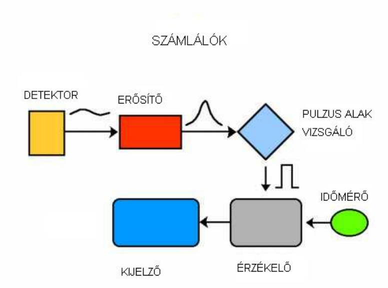
Lineáris erősítés szükséges, a torzítás<1% kell hogy legyen. A szükséges jel/zaj viszony 2-20 között kell hogy legyen.

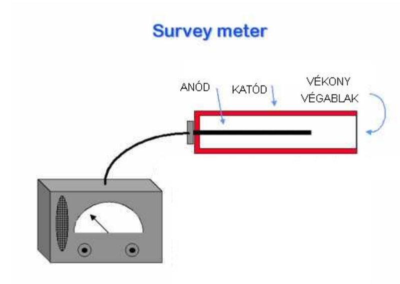
Tápegységek

100-5000 V egyenfeszültség.

Mérőberendezések

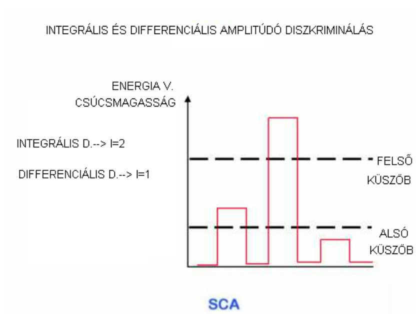
- Impulzus számlálók
  számok tárolása kettes számrendszerben. Egy 8-dekádos számláló 10^8-1 impulzus számlálására alkalmas. BCD-kódolás (1001 0100 1000 =948).
- Rataméterek (szintmérők)
  Az időegység alatt átlagosan kapott jelek számát folyamatosan detektálják és kijelzik. Minden impulzus Q töltést visz egy kondenzátorra és egyensúly áll be, ha R ellenálláson ugyanannyi áram folyik el, mint amennyit a bejövő impulzusok szolgáltatnak. Dozimetriában alkalmazzák. GM-cső ratatméterrel –survay meter.

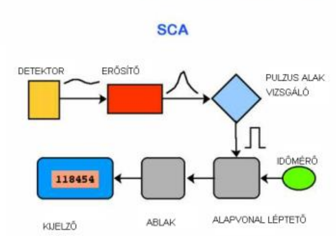




Számlálók: 500 cps-ig érzékenyek, az összes detektorhoz alkalmazhatók, mérsékelt az áruk, de nem képesek diszkriminációra, túl magas beütésszámot veszteséggel számolnak.

- Amplitúdó diszkriminátorok
  Jelalak diszkrimináció – ha a jel felfutási és lefutási meredeksége eltérő.
  Idődiszkrimináció.
  Amplitúdó diszkrimináció: integrális - differenciális



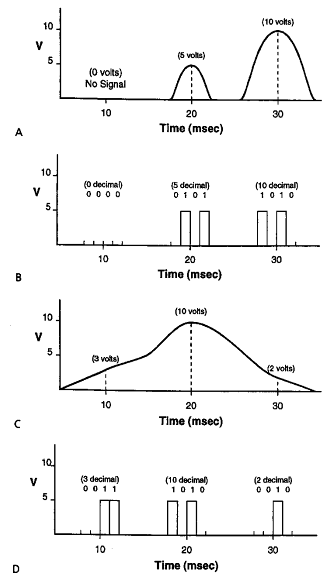


•Analizátorok
Egycsatornás (SCA) –sokcsatornás (MCA). Amlitúdó-→ frekvencia átalakítás ADC. Az alapvonal (base line) és a hozzá rögzített felső küszöb együtt egy ablakot képez, melyet a növekvő amplitúdók irányában mozgatunk és minden pozícióban beütésszámot mérünk. Alkalmazható NaI(Tl) detektorral, 200 eV-os felbontás, vagy Ge(Li) detektorral, 2 eV-os felbontás.

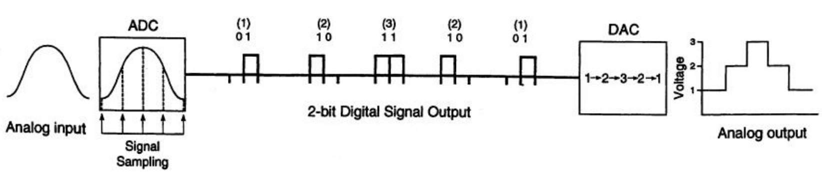
MCA→ 1024-8192 csatorna, egyidejű mérés, egy méréssel a teljes γ-spektrum felvehető. Rögzítés mágneses memóriában, kijelzés képernyőn, kiértékelés számítógépes programokkal. Alkalmas radionuklidok mennyiségi és minőségi mérésére (környezeti minták, aktivációs analízis)

Adatok analóg-digitális kezelése

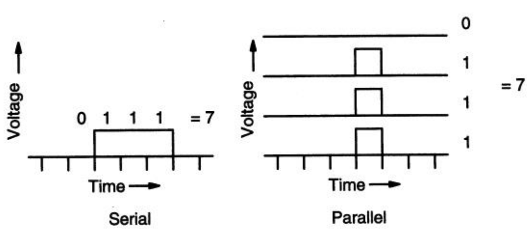
- Analóg: folytonos hullámalak az amplitúdóképviseli a jel numerikus nagyságát
- Digitális előnyei:
  - Hibahalmozódásnak ellenáll
  - Hiba javítása lehetséges a redundáns információ megőrzése mellett
  - A digitális áramkör gyakran olcsóbb mint az analóg
- Az analóg előnyei:
  - Gyakran gyorsabb



Analog-digitális konverzió (ADC)



Soros-páthuzamos adatátvitel



Matematikai műveletek

Összegzés

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + x_3 \cdots x_N$$

Szorzat (produkt)

$$\prod_{i=1}^{N} x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_N$$

Számtani (aritmetikai) átlag

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

Mértani (geometriai) átlag

$$\bar{x}_g = \sqrt[N]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdots x_N} = \sqrt[N]{\prod_{i=1}^{N} x_i}$$

A mértani átlagot általában arányok, vagy változási sebességek átlagolásában alkalmazzák.

Harmonikus átlag

$$\bar{x}_h = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \cdots + \frac{1}{x_N}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{x_i}}$$

Négyzetes átlag

$$\bar{x}_{rms} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_N^2}{N}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i^2}$$

Elsősorban az elektronikában alkalmazzák.

A következő adatsorra:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10:

Számtani átlag	5,50
Mértani átlag	4,53
Harmonkus átlag	3,41
Négyzetes átlag	6,20

Súlyozott számtani átlag

$$x_w = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^{N} w_i}$$

$$w_i = \frac{1}{s_i^2}$$

A radioaktív beütésszámok hibái a mért érték négyzetgyökével arányosak, ezért változnak és az átlagban súlyozni kell. A súly leggyakrabban a mért érték szórásnégyzetének reciproka.
A gyakorlatban legtöbbször az ismételt mérések egyszerű, súlyozatlan számtani átlagát alkalmazzák, mert ez általában csak kismértékben tér el a súlyozott számtani átlag értékétől.

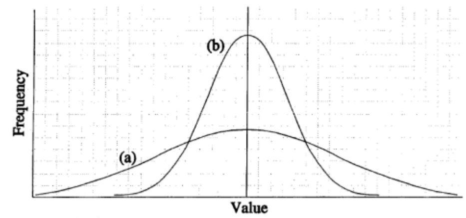
Példa: ^{204}Tl béta-sugárzó sugárforrás beütésszámait határoztuk meg GM-detektorral 20 párhuzamos méréssel. Mekkora a súlyozatlan és súlyozott számtani átlaguk és szórásuk?

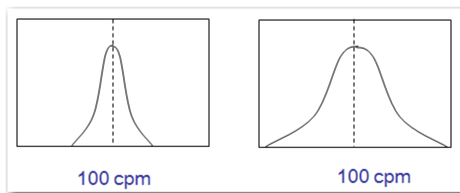
sorszám	beütésszám, N(i)	szórás, s(i)	w(i)=1/(s(i)*s(i))	w(i)N(I)
1	107	10.34	0.009345794	1.00
2	109	10.44	0.009174312	1.00
3	94	9.70	0.010638298	1.00
4	117	10.82	0.008547009	1.00
5	117	10.82	0.008547009	1.00
6	112	10.58	0.008928571	1.00
7	111	10.54	0.009009009	1.00
8	126	11.22	0.007936508	1.00
9	117	10.82	0.008547009	1.00
10	93	9.64	0.010752688	1.00
11	82	9.06	0.012195122	1.00
12	115	10.72	0.008695652	1.00
13	110	10.49	0.009090909	1.00
14	99	9.95	0.01010101	1.00
15	98	9.90	0.010204082	1.00
16	113	10.63	0.008849558	1.00
17	95	9.75	0.010526316	1.00
18	107	10.34	0.009345794	1.00
19	98	9.90	0.010204082	1.00
20	92	9.59	0.010869565	1.00
Összegek				
20	2112	205.245817	0.191508296	20
átlag=	**105.6**		**súlyozott**	**104.4341**
szórás=	**11.15**		**szórás=**	**5.221706**

Az eredményekből jól látható, hogy az egyes beütésszám mérések szórása (hibája) ingadozik, a súlyozatlan és súlyozott számtani átlagok értéke közeli érték.
Ugyanakkor az egyes mérések szórása az átlaghoz képest a súlyozott esetben a súlyozatlan eset szórásának mintegy 50%-a!

Szórások meghatározása

Két adathalmaz hasonló átlagértékkel rendelkezhet, de más jellemzőben különbözhet. Például az egyik adathalmaznak sokkal nagyobb a szórása.





A variancia

$$V = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

Az egyes mérési eredmények és a számított átlagérték különbségei négyzeteinek összege. Egyszerűsítés után a mért értékek négyzeteinek átlag mínusz a számított átlag négyzete. Mértékegysége a mért érték mértékegységének négyzete. Ez probléma.

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2 \\
&= \frac{1}{N}\sum x_i^2 - \frac{1}{N}\sum 2x_i\bar{x} + \frac{1}{N}\sum \bar{x}^2 \\
&= \frac{1}{N}\sum x_i^2 - \frac{1}{N}2\bar{x}\sum x_i + \frac{1}{N}\bar{x}^2\sum(1) \\
&= \overline{x^2} - 2\bar{x}^2 + \bar{x}^2 \\
&= \overline{x^2} - \bar{x}^2
\end{aligned}$$

A standard deviáció (eltérés)

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

A variancia négyzetgyöke. A mértékegysége egyezik a mért érték mértékegységével. Értéke nem egyezik az egyes mérési pontok és az átlagérték átlagos különbségével.

$$\frac{1}{N}\sum|x-\bar{x}| \neq \sqrt{\frac{1}{N}\sum(x-\bar{x})^2}$$

A sokaság és a minta standard deviációja

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i (x_i - \mu)^2}$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Statisztikai (valószínűségi eloszlások

- A sokaság (populáció) valószínűségi eloszlását különböző matematikai függvényekkel írhatjuk le.
- A valószínűségi eloszlásokat alkalmazó statisztikai módszereket paraméteres módszereknek nevezik.

Binomiális eloszlás

Azokra az eseményekre vonakoztatható, ahol két valószínű esemény következhet be (igen-nem, van jel-nincs jel stb.) Az egyik esemény bekövetkezésének r száma n eseményből p, az ellenkezője 1-p valószínűséggel következik be. :

$$P(r;p,n) = p^r \cdot (1-p)^{n-r} \cdot \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Annak a valószínűsége, hogy N radioaktív atomból n db elbomlik T idő alatt (q=1-p):

$$P_n = \frac{N!}{n!(N-n)!}p^n q^{N-n}$$

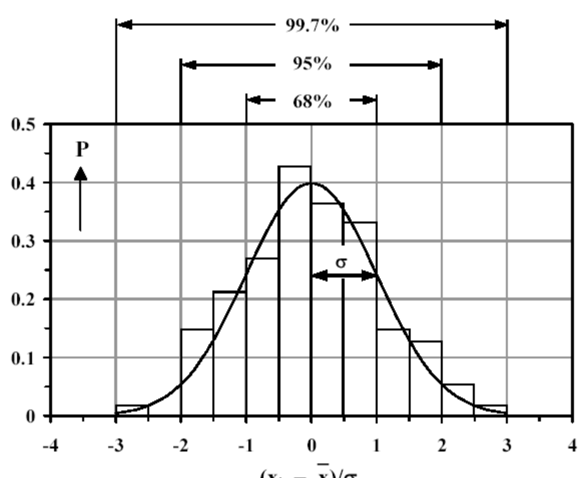
Példa: Mi a a valószínűsége annak, hogy egy napon a kórházban naponta születő 12 gyermekből 10 leány lesz?

$$P(10;0.5,12) = 0.5^{10} \cdot (1-0.5)^{12-10} \cdot \frac{12!}{10!(12-10)!}$$
$$= 0.016 \text{ vagy } 1.6\%$$

Normális (Gauss) eoszlás

X esemény bekövetkezésének valószínűsége egy μ *átlaggal és* σ standard deviációval jellemezhető normális eloszlásban::

$$P(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

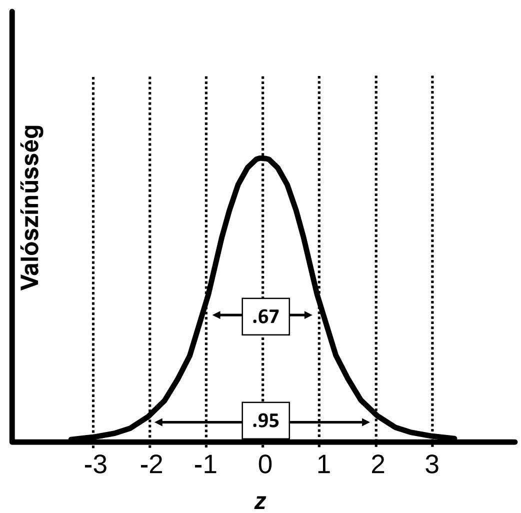


Az eloszlás normalizálható, ha egy új változót vezetünk be, $z = (x_i - \bar{x})/\sigma$

Normalizált Gauss valószínűségi eloszlás

szigma	valószínűség	találat
+/- 1.00 σ	68.3%	3-ból 1
+/- 1.64 σ	90.0%	10-ből 1
+/- 1.96 σ	95.0%	20-ból 1
+/- 2.58 σ	99.0%	100-ból 1

Hiba	konfidencia	konf. szint (k)
valószínű	50%	0.6745
standard	68%	1.0000
9/10	90%	1.6449
95/100	95%	1.9600
99/100	99%	2.5750
99.7/100	99.7%	3.0000



Poisson eloszlás

A Poisson eloszlásban egy véletlenszerűen bekövetkező r esemény időbeli gyakoriságát határozzuk meg, akkor ha a bekövetkezés várható gyakorisága λ

$$P(r;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{r}}{r!}$$

Villámlás gyakorisága
Balesetek bekövetkezése
Telefonhívás gyakorisága

At eloszlás varianciája és szórása

$$V_{(r)} = \lambda$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

Nagyon hasznos eloszlás típus, mert varianciája a várható értékkel, standard deviációja a várható érték négyzetgyökével arányos. A radioaktív beütésszámok eloszlását Poisson eloszlással jellemezhetjük, ahol az átlagérték szórása, az átlagérték négyzetgyöke!

A *variációs együttható* vagy más néven *relatív szórás*

A szórásnak az átlaghoz viszonyított százalékos értékében mutatja az adatok változékonyságát. Értékét a szórás és az átlag hányadosa adja (s /$\bar{x}$). Jelölése: v, s%, CV.

$$V(\%) = CV(\%) = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100$$

Példa: Hány beütésszámot kell gyűjtenünk ahhoz, hogy a relatív szórás maximum 1% legyen?

$$\begin{aligned} &Mivel\ CV = \frac{s}{\bar{x}}(100) = \frac{s}{\lambda}(100) \\ &\acute{e}s\ \mathrm{s} = \sqrt{\lambda} \\ &0.01 = \frac{s}{\lambda} = \frac{\sqrt{\lambda}}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \\ &\lambda = \frac{1}{(0.01)^2} = 10000\ \text{beütés} \end{aligned}$$

A Student-eloszlás

Ha egy nagy sokaságból kisszámú mintát veszünk, bizonyos egyszerűsítések végezhetőek. Fölmerül a kérdés, hogy a minta átlaga jól közelíti-e a sokaság várható értékét($\bar{x}$ ~μ), illetve a mintából származó standard deviáció jól közelíti-e a sokaság standard deviációját (s~σ)? Ha nem tudjuk a válaszokat, nem biztos, hogy a minta eloszlása egyezik a sokaság eloszlásával.!

Az egyszerűsítés lényege, hogy a két változót, a mintaátlagot és a mintaszórást egy új t változóban egyesítjük:

$$\frac{(x - \bar{x})}{s} = t$$

Az új t változó eloszlása nem a normális eloszlást, hanem az ún. Student, vagy t-eloszlást követi. A Student eloszlás alkalmazása feltételezi, hogy:

- az átalakítás előtti, kiindulási eloszlás normális eloszlás volt,
- azt, hogy a t-eloszlás mennyire közelíti a normális eloszlást az N szabadsági fok határozza meg,
- N>30 esetén a két eloszlás közötti különbség elhanyagolható.

A Student-féle t-eloszlás alkalmazható arra is, hogy vizsgáljuk a mintaátlag és a sokaság várható értéke közötti eltérés nagyságát:

$$t = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\left(\frac{s}{\sqrt{N}}\right)}$$

A radioaktív mérések jellemzői

•Radioaktív sugárzás mérése során az ismételt mérés nem szolgáltat ugyanolyan eredményt. Ennek oka, hogy a radioaktív sugárzás mérése, detektálása is statisztikus ingadozással terhelt. A radioaktív bomlás maga és a detektálás is statisztikus jellegű, ezért **sohasem egy mérést** végzünk, **hanem páratlan számú mérési sorozatot**, melyből valamilyen **átlagot** (súlyozatlan, vagy súlyozott számtani átlag) és az egyes mérések átlag körüli ingadozásának, szórásának jellemzésére valamilyen **szórási jellemzőt** (korrigált empirikus szórás) számítunk.

•Nem alkalmazható ez a módszer, ha: a radionuklid rövid felezési idejű, vagy ha kis aktivitások mérésénél hosszú mérési időt alkalmazunk.

•A radioaktív sugárzások detektálása során három fontos hibatípus jelentkezésével kell számolnunk: *a* ***durva hibákkal,*** *a* ***szisztematikus hibákkal*** *és a* ***véletlenszerű, vagy statisztikus hibákkal.***

- ➢*A durva hiba* akkor lép fel, ha valamilyen alapvető hiányosság, meghibásodás, félreértés lép fel a mérés során. Ilyen hiba lehet például, ha gamma spektroszkópiás mérésnél a nagyfeszültségű tápegységet elfelejtjük bekapcsolni és úgy indítjuk el a mérést. Általában a durva hiba jelenléte könnyen felismerhető.

- ➢Sokkal alattomosabbak a *szisztematikus hibák*, melyek általában egy irányban tolják el mérés eredményét. Például az energia, vagy hatásfok szerint rosszul kalibrált sokcsatornás analizátorral végzett mérés hibás, eltolt eredményt ad a minőségi elemzésre és a mennyiségi elemzésre is. A szisztematikus hibák kimutatása és kiküszöbölése kalibrálással végezhető el.
- ➢A jól beállított mérőkészülékeknél *véletlenszerű, statisztikus hibák* léphetnek fel. Ezek **számos egymástól független folyamatok kismértékű ingadozásából** származnak és az eredő hatásuk jelentkezik. Például az elektronikai egységek (tápfeszültség, erősítő, diszkriminátor, számláló stb.) tulajdonságainak ingadozása statisztikus ingadozást okoz. A radioaktív bomlás időbeni ingadozása a binomiális eloszlással, közelítőleg az ún. Poisson eloszlással, illetve nagyobb számú jel (>25) esetén normális, vagy Gauss-féle eloszlással írható le. Ehhez az ingadozáshoz adódnak hozzá a mérő berendezés elektronikájának ingadozásai

A radioaktív bomlás ingadozása az ún. binomiális eloszlással írható le. Ha az események (bomlások) valószínűsége kicsi (p<<1) akkor a Poisson eloszlással jól le lehet írni. Ha az események (bomlások) száma nagy (>20), akkor a Poisson eloszlás a normális Gauss féle eloszlással közelíthető

$$\text{Binomiális} \xrightarrow{p \ll 1} \text{Poisson}$$

$$\text{Poisson} \xrightarrow{\bar{x}\ nagy} \text{Gauss}$$

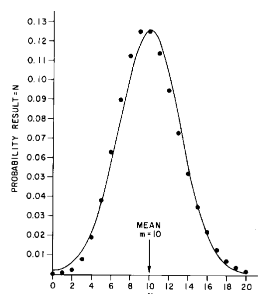


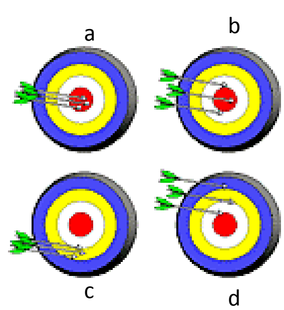
Fig. 6-1. Poisson (●) and Gaussian (—) distributions for mean, m, and variance, σ^2, = 10.

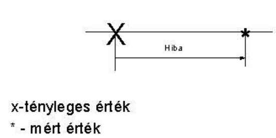
Nukleáris mérések hibái

A radioaktív bomlás statisztikus jellegű. Az $N_t=N_{t0}e^{-\lambda t}$ összefüggés csak egy valószínűséget ad meg.

Mérési hiba: a mért és a tényleges (leggyakrabban nem ismert) érték közötti eltérés.

A mérés reprodukálhatósága (precizitás) jellemzésére az egyes mérések közötti átlagos eltérést a szórást alkalmazzuk.





Analógia: céllövés egy céltáblába.

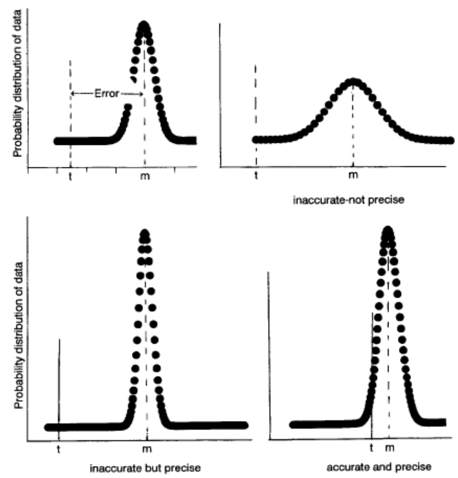
a) Pontos és precíz; b) pontos de nem precíz;

c) pontatlan de precíz; d) pontatlan és nem precíz

Hibák: durva hibák, szisztematikus hibák, véletlenszerű (statisztikus) hibák

Pontosság, precízitás, realitás

pontatalan+precíz pontos+nem-precíz



Pontatlan+precíz pontos+precíz

A nukleáris méréstechnikában figyelembe kell venni a vizsgált jelenség (bomlás) statisztikus jellegét, mely Poisson eloszlással jellemezhető. A számlálási hibák számos forrásból származnak:

Bomlási statisztikai	Háttéringadozás	Detektor felbontás
Számláló felbontás	Számlálási hatásfok	Abszorpció/Önabszorpció
Geometria	Feloldási idő	Visszaszórás

Háttér

Ugyancsak ingadozik az időben, ezért külön célszerű mérni és az átlagértékét levonni a mért (bruttó) beütésszámból.

$$N_{nettó} = N_{bruttó} - N_{háttér}$$

$$\sigma_{mért} = \pm\sqrt{\left(\sigma^2_{bruttó} + \sigma^2_{háttér}\right)}$$

Ha a háttér átlaga kisebb mint a mért bruttó beütésszám átlagának 1%-a, a háttér levonása elhanyagolható! A háttér beütésszám mérés hibája csökkenthető: hosszabb háttérmérési idő választásával, nagyobb aktivitású minta mérésével, diszkriminátor alkalmazásával.

Felbontási hibák:
Az erősen radioaktív mintákból kilépő nagyszámú részecskét a berendezés nem képes mind megszámolni. A GM-cső feloldási ideje ~ 200 μs, a NaI(Tl) detektoré ~ 2 μs beütésenként. Az egyszerű számlálók maximum 10^6 cpm számlálási sebességet bírnak el, az analizátorok lassabbak.
Detektor felbontási hibák:
A legtöbb mérésnél elégséges, ha relatív aktivitásokat határozunk meg, így a hatásfok nem probléma. Hatásfok meghatározás szükséges az abszolút aktivitás meghatározásához. A detektor hatásfok időben és az energia függvényében változhat, ezért rendszeresen ellenőrizni kell. Ezt legegyszerűbben lehetőleg a mért radionukliddal és a mérési geometriával megegyező, kalibrált, ismert aktivitású standarddal végezhetjük

DETEKTOR HATÁSFOKOK

DETEKTOR	SUGÁRZÁS	% HATÁSFOK
2PI-PRORCIONÁLIS D.	α,β	10-50
GM	β	<1-30
	γ	<1
NaI(Tl)	γ	10-30
FOLYADÉK SZCINTIL.	β	50-100
Ge(Li)	γ	$\leq$ 10

$$\%hatásfok = \frac{mért - beütésszám}{várt - bomlások - száma}$$

Detektor hatásfok
A detektor hatásfoka a megszámlált impulzusok száma a minta aktivitás százalékában.

$$\det ektorhatásfok = \varepsilon = \frac{cpm}{dpm} = \frac{cps}{dps}$$

A detektor hatásfokot befolyásolja:
•A bomlás során emittált sugárzás detektorba jutó hányada (térszög, abszorpció. Szórás stb.)
A detektorba bejutó sugárzás jelet generáló hányada

Példa: Egy 12500 dpm aktivitású sugárforrás a detektorban 2840 cpm beütésszámot generált. Mekkora a detektor hatásfoka:
ε=2840/12500=0,2272 azaz 22,72%

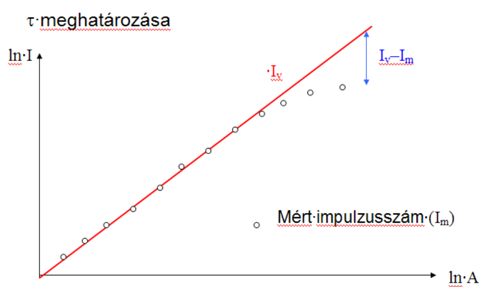
Feloldási idő (holtidő) τ
A detektor számlálási sebessége a detektor holtidejétől és a mérőberendezés holtidejéből származik. A holtidő alatt beérkező újabb részecskét a detektor és/vagy számláló nem képes érzékelni. A GM csövek holtideje 100-300μs, a szcintillációs detektoroké 10-20μs, a standard számlálók 100000-300000cps beütésszámot mérnek elfogadható veszteséggel. Nagyobb aktivitás, belépő részecske fluxus esetén a holtidő az intenzitás négyzetével arányosan nő. A holdidők összege a feloldási idő. Ha jelentős a számlálási veszteség korrigálni szükséges a mért intenzitást a holdidős veszteséggel.

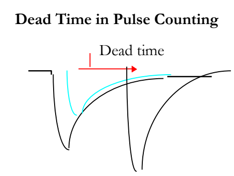
A valódi, holtidő hatás nélkül mért intenzitás($I_{valódi}$) számítható a mért intenzitás ($I_{mért}$) és a feloldási idő (holtidő) ismeretében:

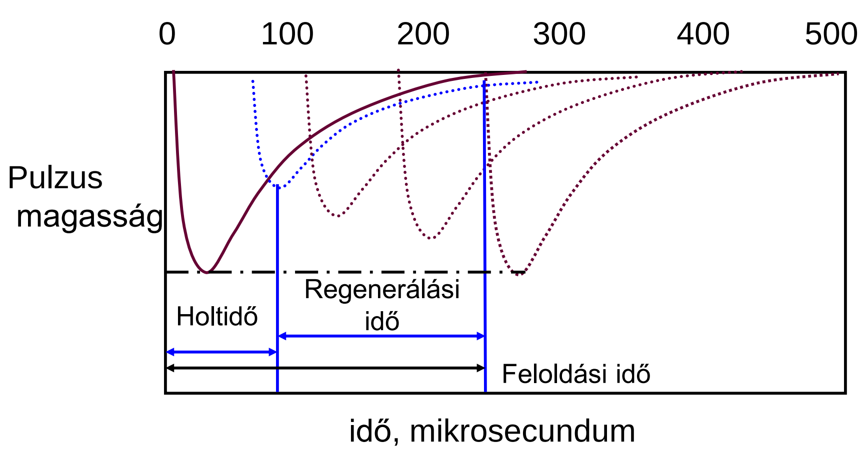
$$I_{valódi} = \frac{I_{mért}}{1-\tau \cdot I_{mért}} \qquad \tau=(I_{valódi} - I_{mért})/(I_{valódi} * I_{mért})$$

Példa: Egy GM-csöves mérési sorozatban a mért intenzitás értékek átlaga 120000cpm volt, mekkora a holtidővel korrigált valódi mért intenzitás, ha a feloldási idő 200μs, azaz 0,0002sec volt?

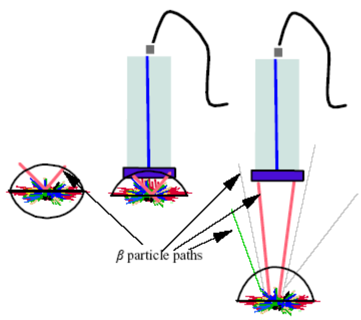
$I_{mért}$=120000/60=2000cps, τ=0,0002sec, $I_{valódi}$=2000/(1-0,0002*2000)=3333.3cps



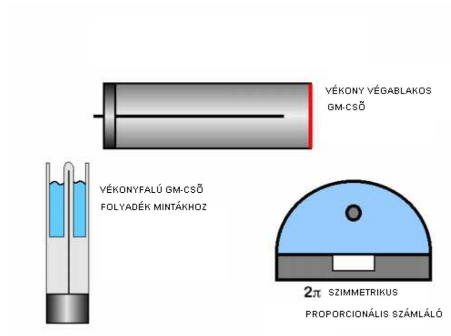




Statisztikus hibák
A radioaktív bomlás statisztikus hibával terhelt véletlen jellegű jelenség. Nem lehet pontosan
megmondani, adott nuklid mikor fog elbomolni. Ezért: nagyszámú bomlást kell mérni és a valószínűség törvényeit kell alkalmazni.
Sugárzás abszorbciója: α abszorbció>β abszorbció>>γ abszorbció. Az α és β sugárzás már a mintában is elnyelődhet és abszobeálódik a levegőben, a detektor ablakában, falában stb. Ez csökkenthető vékony végablakos detektor alkalmazásával, vagy a mintának a detektor belsejében (gázterében) való elhelyezéséve, vékony rétegű minta készítésével..



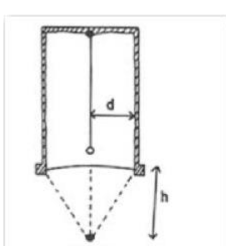
Térszög hatása

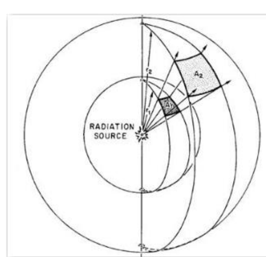


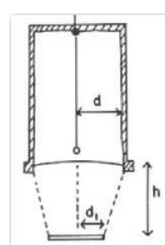
Sugárabszorbciót csökkentő detektorok

A geometriai (térszög faktor)

$A = f_g * \ldots * I$ $\qquad f_g = \frac{\Omega}{4\pi}$







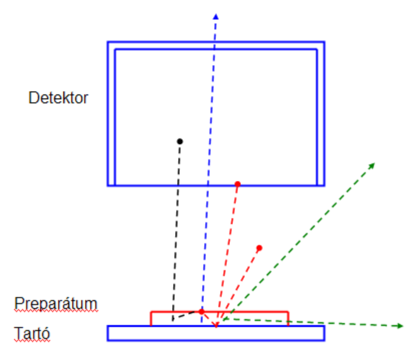
pontforrás

lemez (diszk) forrás

$$f_g = 0{,}5(1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}})$$

$$f_g = 0{,}5 \cdot (1 - \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}) - \frac{3}{16} \cdot (\frac{d \cdot d_1}{h^2})^2 \cdot (\frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}})$$

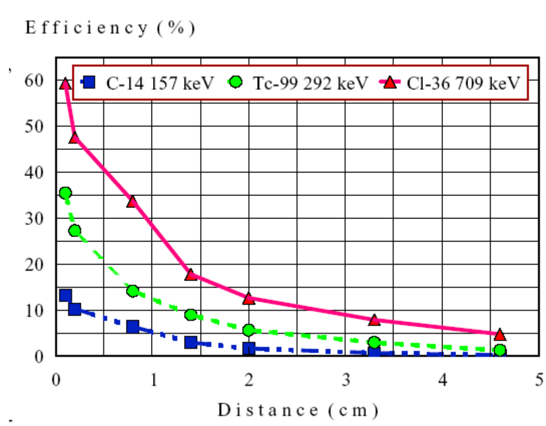
Aktivitás és Beütésszám



- → Geometriai faktor (térszög < 4π)
- → Abszorpció a preparatumban, levegő, detektor ablak (α - és β - részecskék)
- → Áthaladás a detektoron kölcsönhatás nélkül (γ - kvantumok)

+ visszaszórás a preparatumban és a tartóban

Sugárzás mérésének távolságfüggése



$$\textit{kisebb}\ \text{távolságban}: I \sim \frac{1}{x^2}$$

$$\textit{nagyobb}\ \text{távolságban}: I \sim \frac{1}{x}$$

Geometriából adódó hibák:

A mérések során a mintát mindig a detektor közepére kell elhelyezni és mérés közben a minta nem mozdulhat el. Folyadékba merített detektornál ez nem probléma. Célszerű mintatartót alkalmazni.

A statisztikus hibák figyelembe vétele

Mindig több (páratlan számú) mérést végzünk és az eredményt az ismételt mérések átlagértékeként adjuk meg.

Nem alkalmazható, ha: a nuklid rövid felezési idejű, vagy ha kis aktivitások mérésénél hosszú mérési időt alkalmazunk.

$$\bar{X} = \frac{\sum_i X_i}{n}$$

Az átlagérték mellett meg kell adnunk egy az egyes mérések szórására jellemző értéket. Ezt kétféleképpen számíthatjuk:

$$s = \pm\sqrt{\bar{N}} \approx \sqrt{N}$$

$$s = \pm\sqrt{\frac{\sum_i \left(N_i - \bar{N}\right)^2}{n-1}}$$

Az első szórás érték csak a radioaktív bomlás statisztikus hibáját (Poisson eloszlás) veszi figyelembe, míg a második eloszlástól független, és tartalmazza a bomlás statisztikus hibáját+a mérő berendezés hibáit is. Ha a kétféle módon számított szórás egyezik, ez azt jelenti, hogy a mérőkészülékünk hibája elhanyagolható, azaz jó a berendezésünk.

Relatív hiba: ha csak a bomlási ingadozással számolunk

$$V(\%) = \pm\frac{\sqrt{\bar{N}}}{\bar{N}} \cdot 100 = \pm\frac{1}{\sqrt{\bar{N}}} \cdot 100$$

Így 10000 cpm esetén V(%)= 1%

Ha m db n mérésből álló mérést végzünk a mérésátlagok is szórnak. Ekkor az átlagok szórása:

$$s_{\bar{x}} = \pm\frac{\sqrt{\sum_{i=1,n} (N_i - \bar{N})^2}}{m(n-1)}$$

Ha m db sorozatot mérünk és az n-szer megismételt t mérési idő alatt mért impulzusok (N_i) átlagát kiszámítjuk:

$$\bar{N} = \sum_{i=1,n} N_i \quad \bar{I} = \frac{\bar{N}}{t} \quad s_I = \pm\frac{\sqrt{\bar{N}}}{t} = \pm\sqrt{\frac{\bar{N}}{t^2}} = \pm\sqrt{\frac{\bar{I}}{t}} \quad s_{\bar{I}} = \pm\sqrt{\frac{\bar{I}}{t \cdot m}}$$

Ha a hátteret t_h ideig mérjük és N_h impulzust, a mintát t ideig mérjük és N impulzust mérünk, akkor a nettó beütésszám hibája::

$$s_I = \pm\sqrt{\frac{N_{bruttó}}{t_{bruttó}^2} + \frac{N_{háttér}}{t_{háttér}^2}} = \pm\sqrt{\frac{I_{bruutó}}{t_{bruttó}} + \frac{I_{háttér}}{t_{háttér}}}$$

A háttértől még eltérő szignifikáns beütésszám: $N_{\min} = \bar{N} - N_h \geq 3\sqrt{\bar{N}_h}$

Mérési hiba lehetséges csökkentése

1) Ha a minta és a háttér mérésére rendelkezésre álló idő adott, ezt a mérésekre rendelkezésre álló idő a minta és a háttérmérés között az alábbiak szerint kell megosztani:

$$\frac{t_{háttér}}{t_{bruttó}} = \sqrt{\frac{I_{háttér}}{I_{bruttó}}}$$

2) Ha a háttér értéke körülbelül állandó és a hattérmérés ideje nem korlátozott, akkor megfelelően nagy háttérmérési idő esetén:

$$s_I = \pm\sqrt{\frac{N_{bruttó}}{t_{bruttó}^2} + \frac{N_{háttér}}{t_{háttér}^2}} \approx \pm\sqrt{\frac{N_{bruutó}}{t_{bruttó}^2}}$$

Példa: Állandó háttérintenzitás mellett, $N_{bruttó}$ = 400 $\boldsymbol{t_{bruttó}}$ = 5 min, $N_{háttér}$= 100 $\boldsymbol{t_{háttér}}$ = 2.5 min. Akkor mennyire csökken a háttérméréssel bevitt hiba értéke, ha a háttér mérési időt 250 min értékre növeljük?
2,5 perces háttér esetén a standard szórás: $s = \pm\sqrt{\frac{400}{25} + \frac{100}{6{,}25}} = \pm 5{,}657$

250 perces mérési idővel a szórás: $s = \pm\sqrt{\frac{400}{25} + \frac{100}{62500}} = \pm\sqrt{16 + 0{,}0016} = \pm 4{,}0002$

Tehát ebben az esetben célszerű megfelelően hosszú háttérmérést végezni!!

3) A háttérbeütésszám csökkentése árnyékolással, alacsony hátterű mérési helyszín biztosításával. (ólomtorony, régi acél, ólom árnyékolás, plexi, alumínium a béta, réz-kadmium-ólom gamma-sugárzás árnyékolásához, koincidencia kapcsolás stb.)

Adott statisztikai hibához rendelhető mérési idő meghatározása

Tételezzük föl, hogy a radioaktív minta nettó beütésszámát adott k%-os relatív szórással kívánjuk mérni. Ismert háttér mért intenzitás és szórás esetén és elvégeztünk egy próba buttó beütésszám $N_{próba}$ mérést $t_{próba}$ ideig. Például a megkívánt relatív szórás 1%, a háttér mért intenzitás 100 $\pm$ 2 cpm, valamint a bruttó próbamérésnél 2 perc alatt 800 beütést kaptunk? Így próbaként mért bruttó intenzitás $I_{bruttó}$=400 cpm.
A felhasználható összefüggés a megkívánt mérési időre:

$$t_{bruttó}(k\%) = \frac{I_{bruttó}}{(I_{bruttó} - I_{háttér})^2 (k/100)^2 - s^2_{háttér}} = \frac{400}{(400-100)^2 (0{,}01)^2 - 2^2_{háttér}} = 80 \text{ perc}$$

Így 80 percig mérve a 400cpm mért intenzitású forrást a relatív szórás tényleg 1% lesz:

$$s = \pm\sqrt{\frac{I_{bruttó}}{t_{bruttó}} + \frac{I_{háttér}}{t_{háttér}}} = \pm\sqrt{\frac{400}{80} + 2^2} = \pm 3$$

$$V(\%) = \frac{s}{I_{nettó}} \cdot 100 = \frac{3}{400-100} \cdot 100 = 1\%$$

Hibás mérési adatok kizárása

Chauvenet kritérium

$$CR = \frac{(x_{gyanús} - \bar{x})}{\sqrt{\bar{x}}}$$

Lényege, hogy a gyanús kiszóró adat és a mintaátlag különbségét hasonlítjuk az egyes minta szórásához. Ha ez az arány nagyobb, mint a táblázatosan megadott határérték az adatot kizárhatjuk.

Adatok száma	Határ érték
2	1.15
3	1.38
4	1.54
5	1.68
6	1.73
7	1.79
8	1.86
9	1.92
10	1.96
12	2.03

Adatok száma	Határ érték
15	2.13
19	2.22
20	2.24
25	2.33
30	2.39
35	2.45
40	2.50
50	2.58
75	2.71
100	2.80

Példa: Az alábbi táblázatban lévő 25 mért beütésszám közül a legmagasabb (32) és a legalacsonyabb adat (11) gyanús. Ki kell-e azokat zárni?

Sorszám	Bruttó beütés
1	15
2	24
3	20
4	17
5	26
6	19
7	11
8	13
9	22
10	17

Sorszám	Bruttó beütés
11	19
12	20
13	29
14	22
15	18
16	28
17	23
18	23
19	32
20	20

Sorszám	Bruttó beütés
21	18
22	19
23	14
24	30
25	24

1. lépés –a mintaátlag, a szórás meghatározása:

   $\bar{x} = 21$ $s^2 = 28$

2. lépés - CR számítása

$$CR_{32} = \frac{(32-21)}{\sqrt{21}} = 2{,}4$$

$$CR_{11} = \frac{(21-11)}{\sqrt{21}} = 2{,}2$$

3. lépés – számított CR értékek összehasonlítása a táblázat határértékeivel

A kritérium táblázat szerint 25 mérési adat esetén a CR határérték 2.33)

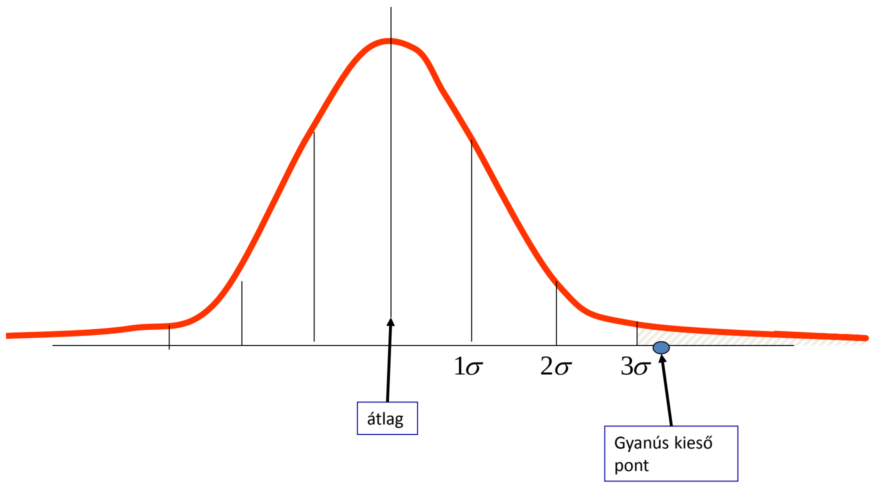
CR_{32} = 2.4 > 2.33, így a 32 eredményt ki kell zárni

CR_{11} = 2.2 < 2.33, így a 11 eredmény nem zárható ki

Általános szabályok mérési adatok kizárására

- **Csak azért mert egy adat „rossznak tűnik” nem szabad kizárni.**
- **Csak megbízható és dokumentált eljárás alapján szabad adatot kizárni.**
- **Bármely adat kizárásánál maximális óvatossággal szabad eljárni**

Ha a minta eléggé számos csak az átlagtól 3xszigma távolságon kívül elhelyezkedő adatok zárhatók ki, akkor, ha a hozzá tartozó valószínűség kellően kicsiny



A számlálási sebességet átszámíthatjuk a minta aktivitás értékévé, ha ismerjük a detektor számlálási hatásokát (ε), a minta előkészítés során kinyert radioaktivitás arányát (P), a sugárzás önabszorpciójának arányát (Ad) és a mérés során fellépő visszaszórás arányát (B):

$$A = \frac{\sqrt{\frac{\bar{I}_{bruttó}}{T_{bruttó}} + \frac{\bar{I}_{háttér}}{T_{háttér}}}}{\varepsilon \cdot P \cdot Ad \cdot B}$$

Példa

Egy 32%-os hatásfokú detektorral 200 percig mérjük egy radioaktív minta beütésszámát, mely 3050 beütés. Mérünk egy 200 perces hátteret is, az itt mért számlálási sebesség 10 cpm. A nettó számlálási sebesség és a szórása:

$$I = \frac{3050}{200} - 10 = 5{,}25 cpm$$

$$s = +/- \sqrt{\frac{3050/200}{200} + \frac{10}{200}} = +/- 0{,}36 \text{ cpm}$$

A minta számított aktivitás pedig:

$$A = \frac{5{,}25 \pm 0{,}36 \text{ cmp}}{0{,}32 \text{ beütés/bomlás}} = 16{,}4 \pm 1{,}1 \text{ dpm} = 0{,}27 \pm 0{,}02 \text{ Bq} = 7{,}4 \pm 0{,}5 \text{ pCi}$$

Számlálási statisztika– precizitás

- A precizitás egy adott beütésszám mérés ismételhetőségét mutatja.
  - Mennyire esik közel az ismételt beütésszám mérés az előző mérési értékhez?
  - Mennyire esik közel egy mért beütésszám a számos ismételt mérésből meghatározott átlagértékhez?
  - Ha csak egy mérést végzünk, feltételezzük, hogy az eltér a sok mérésen alapuló mintaátlagtól.
- Annak a valószínűségét, hogy az egyes mérési eredmény egy adott határon belül mennyire közel esik az átlagértékhez a normális eloszlási görbéből határozhatjuk meg. Ha a számított, vagy mért érték N értékét vesszük átlagértéknek, akkor standard deviáció (s vagy **σ) értékét ennek négyzetgyökével számítjuk:**

$$s = \sqrt{N}$$

  - Ebben az esetben 68% a valószínűsége annak, hogy az átlagérték, a mért érték ±1s= ± $\sqrt{N}$ tartományán belül van.
- A százalékos hibát pedig a relatív szórás (V,CV) értékével jellemzzük:

$$\%hiba = \pm \frac{\sqrt{N}}{N} x100\%$$

Számlálási statisztika– precizitás

- A gyakorlatban mennyire jó a „jó mérési eredmény”?
  - A relatív szórás számítása mutatja, hogy növekvő beütésszámmal nő a mérés precízitása, azaz csökken relatív szórás.
  - A relatív szórás képlet szerint 68% annak a valószínűsége, hogy a valódi érték az egyedi mért érték<u>+</u> egy standard deviációs sávjában van. Más szóval a 68%-os konfidencia Intervallumban található.
  - Ez a becslés általános esetben megfelelő precízitású.
- Nagyobb precízitású követel nfidencia Intervallummal (<u>+</u> **1,96** standard deviáció):

$$\%hiba = \frac{1.96\sqrt{N}}{N} x100\%$$

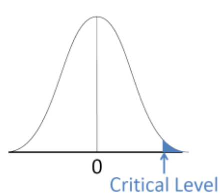
- Kritikus esetben, 99%-os konfidencia intervalvallum mellett (<u>+</u> **2,58** standard deviáció:

$$\%hiba = \frac{2.58\sqrt{N}}{N} x100\%$$

Számlálási statisztika– példa

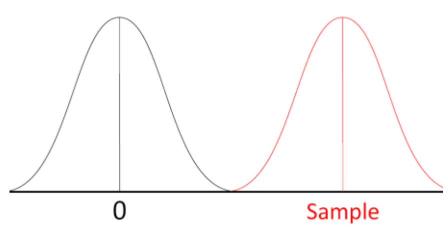
Minta	konfidencia	Intervallum hiba becslés		
		68% k.i.	95% k.i.	99% k.i.
Measured Counts, N	$\sqrt{N}$	$\sqrt{N}/N$	$1.96\sqrt{N}/N$	$2.58\sqrt{N}/N$
20	4.5	0.224	0.438	0.577
50	7.1	0.141	0.277	0.365
100	10.0	0.100	0.196	0.258
200	14.1	0.071	0.139	0.182
1,000	31.6	0.032	0.062	0.082
5,000	70.7	0.014	0.028	0.036
10,000	100.0	**0.010**	0.020	0.026
40,000	200.0	0.005	**0.010**	0.013
70,000	264.6	0.004	0.007	**0.010**

Számlálás kisaktivitások esetén

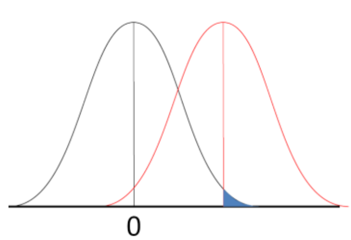


Kritikus határ

háttéreloszlás

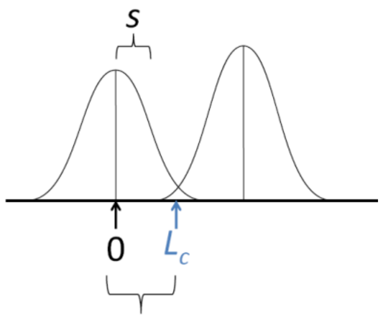


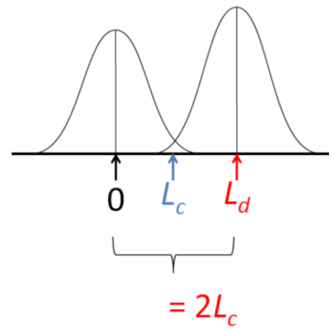
Háttéreloszlás mintaeloszlás



Ilyenkor mi van? Mikor háttér és mikor jel?

Kétféle küszöbértéket definiálhatunk (L_C és L_D)





Ha a mért érték nagyobb, mint adott kritikus érték (L_c), akkor 95%-os valószínűséggel nem háttér, hanem jelenlévő plussz radioaktivitás!

Ha annak a valószínűsége, hogy egy háttér értéket hibásan jelnek veszünk 5%, és annak a valószínűsége, hogy egy jelet hibásan háttérnek veszünk ugyancsak 5%, akkor L_D kimutatási küszöb értéke: $L_D=2L_C$

Számlálás kisaktivitások esetén

A mérési gyakorlatban gyakran előfordul, hogy a mért beütések (N) száma, illetve a mért intenzitás (N/t) eléggé kicsiny és átlaguk közel esik a háttér átlagához(N_h, N_h/t) . Felmerül a kérdés mikor és mekkora hibával mondhatjuk, hogy a mérések átlaga eltér a háttér átlagától jelentősen és nem háttér, hanem valós jel?
Ennek eldöntésére két jellemzőt használhatunk, a **detektálási szintet** (decision level, detection level) **DL=L_c** értékét, vagy a **kimutatási határt**(detection level, Lower Limit of detection) **LLD=L_D** értékét. Mindkettő megadható beütésszámként (N), mért intenzitásként (I=N/t), illetve aktivitásként (A) is. L_C értéke a mért adatot minősíti, míg L_D értéke a mérőberendezést.

L_c alkalmazása

Mért beütésszám, intenzitás minősítéséhez alkalmazzuk. Ha a háttérrel korrigált nettó beütésszám értéke 95%-os megbízhatósággal kisebb, mint L_c értéke, 5%-os hiba mellett megállapíthatuk, hogy hátteret mértünk és nincs jelen valódi sugárforrás.

$N_{nettó}<L_c$ a mért beütésszám háttér

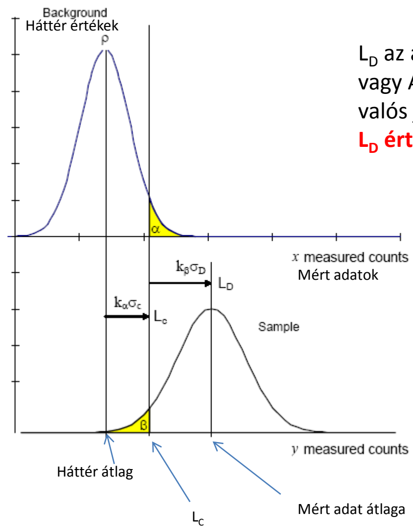
$N_{nettó}>Lc$ a mért beütésszám valós jel

L_D alkalmazása

Bár a mérőkészülék által még éppen detektálható érték meghatározására szolgál (kimutatási határ), de viszonyítható egy mért értékhez is,

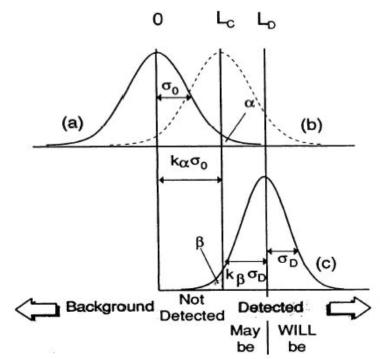
$N_{nettó}<L_D$ a mért beütés már jelként nem mutatható ki

$N_{nettó}>L_D$ a mért beütésszám detektálható valós jel



L_D az a minimális L_C fölött lévő beütésszám (vagy I, vagy A), melynél annak a valószínűsége, hogy nem valós jelként értékeljük 5%.

L_D értéke általában L_c kétszerese: L_D=2L_C



L_c. L_D, MDA, MDC

Ha a háttérmérés átlagához közelező, nullánál nagyobb beütésszámokat mérünk, felmerül a kérdés, ha nincs valódi radioaktív sugárforrás jelen és a mért beütésszámot hibásan jelnek vesszük (elsőfajú hiba), illetve ha valódi radioaktív sugárforrás van jelen és a mért beütésszámot hibásan háttérként értékeljük (másodfajú hiba), hogyan tudjuk ezen hibák előfordulási valószínűségét csökkenteni? Az első esetben az L_c kritikus detektálási szint (mért intenzitás!), a második esetben L_D minimálisan kimutatható (szignifikáns) aktivitási szint (mért intenzitás!), paraméterek használhatók fel. Ha a két hiba előfordulási valószínűsége azonos és a háttér értéke nem ismert, L_C, és L_D értéke számítható:

$$L_C = k \cdot \sigma_{háttér}$$

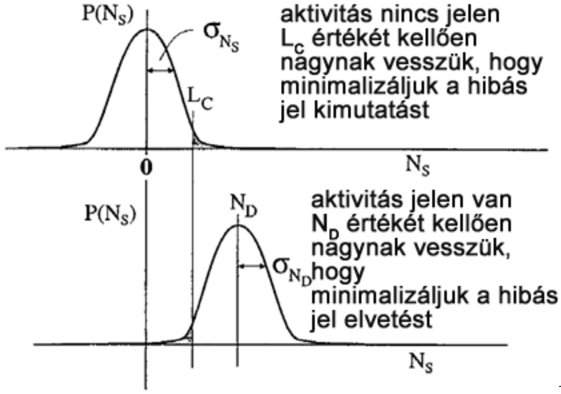
$$L_D = k^2 + 2k \cdot \sigma_{háttér}$$

Ha 5% az elsőfajú és 5% a másodfajú hiba elkövetési valószínűsége, azaz 95%-os a megbízhatóság (konfidencia), akkor a normális eloszlás szerint k=1,645 és L_C, valamint L_D értéke:

$$L_C = 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{t_{háttér}} + \frac{I_{háttér}}{t_{bruttó}}}$$

$$L_D = 2{,}71 + 3{,}29 \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{t_{háttér}} + \frac{I_{háttér}}{t_{bruttó}}}$$

k- az első és másodfajú hiba valószínűségeihez tartozó szigma száma
(5%→95% esetén 1,645



Elsőfajú hiba (I.)

Másodfajú hiba (II.)

$$L_D = \mathrm{LLD} = \mathrm{k_I}\sigma_\mathrm{n} + \mathrm{k_{II}}\sigma_\mathrm{n}$$

vagy

$$L_D = \mathrm{LLD} = (\mathrm{k_I} + \mathrm{k_{II}})\sigma_\mathrm{n}$$

$N_S = N_T - N_B$

$N_s = nettóbeütésszám$

$N_T = bruttóbeütésszám$

$N_B = háttérbeütésszám$

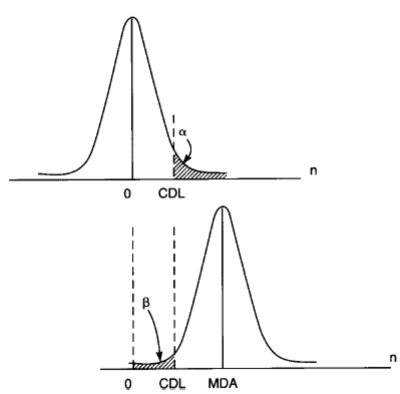
$\sigma^2_{N_s} = \sigma^2_{N_T} + \sigma^2_{N_B}$

Ha $k_I = k_{II} = k$

$LLD = 2k \cdot \sigma_{háttér}$

95% konfidenciaszintnél $\mathrm{k} = 1{,}645$

$\mathrm{LLD} = 4{,}65 \cdot \sigma_{\mathrm{háttér}}$



A kritikus detektálási határ (CDL) és a minimálisan detektálható aktivitás elhelyezkedése és az I-fajú hiba (α) és a II-od fajú hiba (β) konfidencia határok

Az L_D értéke az előzetesen becsült minimális szignifikáns aktivitás értéke, melyet a készülék 100 esetben 95-ször nettó beütésszámként detektál és 5%-ban hibásan háttérnek tekint. Ez a készülék detektálási lehetősége. Az L_D 95%-os megbízhatósága mellett a kritikus detektálási határ, L_C valószínűsége 5%, azaz 100 mérésből 5 esetben a sugárforrás hiányában mért értéket jelnek veszi. L_C értékét közvetlen mérések esetén kell alkalmazni. Bármilyen mért jel e fölött jelnek tekinthető.

Ha a minta bruttó beütésszám és a háttér beütésszám mérési ideje egyezik, azaz $t_{háttér}=t_{bruttó}=t$, akkor a kifejezések egyszerűsödnek:

$$L_C = 2{,}32 \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{t}} \qquad (1{,}645*2^{0{,}5}=2{,}32)$$

$$L_D = 2{,}71 + 4{,}65 \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{t}} \qquad (3{,}29*2^{0{,}5}=4{,}65)$$

A kritikus detektálási küszöb (L_C) értékét sugárszint mérésnél alkalmazzuk, ha mért érték ennél nagyobb, akkor a minta radioaktív 95%-os megbízhatósággal.
A minimális szignifikáns aktivitási szint, vagy detektálási küszöb (LLD-Lower Limit of Detection), vagy minimálisan detektálható aktivitás (MDA-Minimum Detectable Activity) értékét a minta mérése előtt, a priori határozzuk meg. Általában kibocsátási határok méréséhez szükséges minimális mérési idő meghatározásához használják.

L_D= LLD értékéhez két 95%-os konfidenciaszint kapcsolódik:

1. 5% kockázata annak, hogy sugárforrás hiányában is nettó beütésszámot kapjunk
2. 5% kockázata annak, hogy az LLD értékével azonos beütésszámot hibásan háttérnek tekintjük

Tehát az LLD két 95%-os konfidenciaszintet kapcsol össze!!!

Példa: Hátteret mértek 50 percig és 16 beütést kaptak. Számítsa ki 0,5 perces mintamérési idő esetére a kritikus detektálási határt (L_C) és a minimális szignifikáns aktivitás szintet (L_D) cpm-ben.

$$L_c = 1.645\sqrt{\frac{0.32}{50}+\frac{0.32}{0.5}}$$

$$L_c = 1.645\sqrt{0.0064+0.64}$$

$$L_c = 1.645\sqrt{0.6464}$$

L_c =1.32 cpm

$$L_D = 2.71 + 3.29\sqrt{\frac{0.32}{50}+\frac{0.32}{0.5}}$$

$$L_D = 2.71 + 3.29\ (0.804)$$

L_D = 5.36 cpm

L_D minimálisan detektálható szignifikáns aktivitási szint mért intenzitásban (cps,cpm) adja meg a kritikus értéket. Ennek ismeretében a minimálisan detektálható szignifikáns aktivitás (MDA, Bq-ben) is számítható a detektálási hatásfok (ε), a minta előkészítés során kinyert radioaktivitás aránya (P), a sugárzás önabszorpciójának aránya (Ad) és a mérés során fellépő visszaszórás aránya (B) ismeretében. Általában P, Ad és B paraméterek értéke 1 és az aktivitás számításához csak a detektálási hatásfok szükséges. MDA számítható így különböző háttér és mintamérési idők esetén:

$$MDA(Bq) = \frac{2{,}71 + 3{,}29 \cdot \sqrt{\dfrac{I_{háttér}}{t_{háttér}} + \dfrac{I_{háttér}}{t_{bruttó}}}}{\varepsilon}$$

Ha a két mérési idő egyezik, azaz $t_{háttér}=t_{bruttó}=t$. akkor:

$$MDA(Bq) = \frac{2{,}71 + 4{,}65 \cdot \sqrt{\dfrac{I_{háttér}}{t}}}{\varepsilon \cdot t}$$

MDA ismeretében számítható a minimális detektálható koncentráció (MDC) értéke is, ha MDA értékét elosztjuk a minta tömegével, vagy térfogatával.

További információ (nem kötelező)

A detektálási küszöbértékeket a háttér számlálási sebességével fejezhetjük ki. A *minimális detektálható aktivitás* értékét (minimum detectable activity-MDA) a minta beütésszám mérési idejével azonos ideig mért háttér beütésszám szórásának háromszoros értékével fejezzük ki. Az MDA értéknél magasabb mért beütésszám 99,9%-os konfidencia szinten állapítja meg, hogy ez a beütésszám valóságos radioaktivitást fejez ki.

$$MDA = \gamma \cdot 3 \cdot s_{háttér} = \gamma \cdot 3\sqrt{\frac{N_{háttér}}{T^2_{háttér}}} = \gamma \cdot 3\sqrt{\frac{I_{háttér}}{T_{háttér}}}$$

ahol γ korrekciós tényező ($\gamma = \dfrac{1}{(\varepsilon \cdot P \cdot Ad \cdot B)}$)

A detektálási küszöb pontosabban definiálható, melyben figyelembe veszik annak a kockázatnak a valószínűségét, hogy jelet detektálunk amikor nincs jel (elsőfajú hiba) és annak a kockázatnak a valószínűségét is, hogy nem detektálunk jelet, amikor pedig van jel másodfajú hiba).

Definiálták a *minimálisan szignifikáns aktivitást (minimum sugnificant activity, MSA)* és a *minimálisan detektálható valódi aktivitást (minimum detectable true activity, MDTA)*. Az első jellemző az olyan mérésre vonatkozik, melyben nullánál nagyobb aktivitás értéket tudunk mérni, a második pedig arra a valódi aktivitás minimumra vonatkozik, melyet még adott konfidencia szinten detektálni tudunk. Két lehetséges mérési helyzet lehetséges: az első esetben a háttér beütésszám értékét előzetesen pontosan ismerjük, a második esetben ennek pontos értéke előre nem ismert. A legtöbb mérő berendezésre az első eset alkalmazható. Az első esetre definiálható MSA és MDTA értéke, mint:

$$MSA = \gamma \cdot K \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{T_{háttér}}}$$ és $$MDTA = \gamma \cdot \sqrt{\frac{I_{háttér}}{T_{háttér}}}[K_A + K_b \cdot \sqrt{1 + \frac{K_A}{\sqrt{I_{háttér} \cdot T_{háttér}}} + \frac{K_B^2}{4I_{háttér} \cdot T_{háttér}} + \frac{K_A^2}{2\sqrt{I_{háttér} \cdot T_{háttér}}}}]$$

$$ha \; \frac{K_A + K_B}{\sqrt{I_{háttér} \cdot T_{háttér}}} \prec\prec 1 \, \text{akkor} \quad \text{MDTA} \cong \gamma \cdot (K_A + K_B)\sqrt{\frac{I_{háttér}}{T_{háttér}}}$$

ahol K_A értéke az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűségétől, K_B értéke pedig a másodfajú hiba elkövetésének valószínűségétől függő érték, melyeket normális valószínűségi eloszlás esetére a következő táblázatban mutatunk be.

Annak a valószínűsége, hogy elkerüljük az elsőfajú és/vagy másodfajú hibát (%)	K_A és/vagy K_B értéke
99.9	3.00
99.0	2.33
97.5	1.96
95.0	1.64
90.0	1.28

Ha a hibás aktivitás mérés elkerülésének valószínűsége 99,9%, akkor K_A=3 és MSA értéke megegyezik MDA értékével.

Példa

Az előző példa adatai alapján:

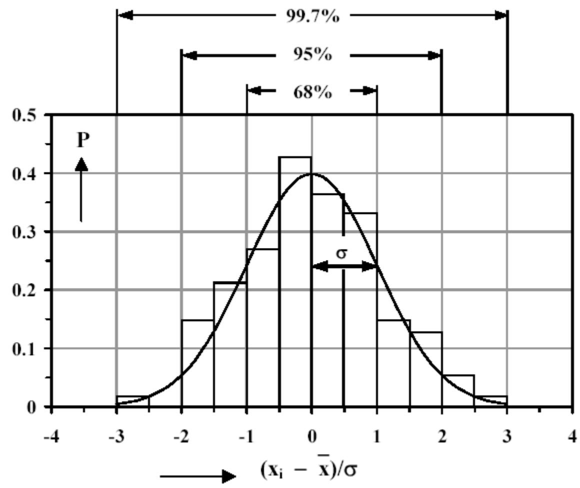
$$MBA = 3\left(\frac{1\,Bq\,/\,60\,dpm}{0{,}32\,beütés\,/\,bomlás}\right)\sqrt{\frac{10\text{ cpm}}{200\text{ min}}} = 0{,}03\text{ Bq}$$

Ha úgy az elsőfajú, mint a másodfajú hiba elkerülésének valószínűségét 97.5%-nak választjuk, akkor K_A=K_B=1,96 akkor MSA értéke:

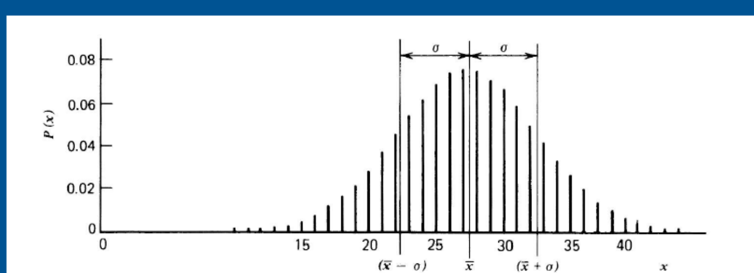
$$MSA = 1{,}96\left(\frac{1\text{ Bq/60 dpm}}{0{,}32\text{ beütés/bomlás}}\right)\sqrt{\frac{10\text{ cpm}}{200\text{ min}}} = 0{,}02\text{ Bq}$$

Mivel pedig: $$\frac{1{,}96 + 1{,}96}{\sqrt{(10\text{ cpm})(200\text{ min})}} = 0{,}088 \prec\prec 1$$ így MDTA éréke:

$$MDTA = (1{,}96 + 1{,}96)\left(\frac{1\text{ Bq/60 dpm}}{0{,}32\text{ beütés/bomlás}}\right)\sqrt{\frac{10\text{ cpm}}{200\text{ min}}} = 0{,}05\text{ Bq}$$



Confidence Intervals



Interval about measurement	Probability that mean is within interval (%)
±0.674σ	50.0
±1.0σ	68.3
±1.64σ	90.0
±1.96σ	95.0
±2.58σ	99.0
±3.0σ	99.7

A Summary of Units and quantities for radioactivity and dose of radiation.

Quantity	Symbol	SI unit	Cgs unit	Conversion factors
Activity	*A*	Bq	Ci, dps	1 Bq = 1 dps; 1 Ci = 3.7×10^{10} Bq
Exposure dose	*X*	C/kg	R	1 C kg^{-1} = 3876 R
Absorbed dose	*D*	Gy ($^{J}/_{kg}$)	rad	1 Gy = 100 rad = 6.24e15 eV/g
Equivalent dose *Q D*	*H*	Sv (Q*Gy)	rem	1 Sv = 100 rem

Abbreviations: Bq, becquerel; Ci, curie; C, coulomb; R, roentgen; Gy, gray; Sv, sievert; dps disintegration per second (After Tabata, 1991).

1 Gy = 100 rad
1 Sv = 100 rem
1 Sv = $Q \times 1$ Gy
1 rem = $Q \times 1$ rad

Modifiers of the unit curie (Ci = 3.7×10^{10} Bq)

MCi	Megacurie	10^6 Ci
KCi	Kilocurie	10^3 Ci
mCi	Millicurie	0.001 Ci
mCi	Microcurie	37,000 Bq
nCi	Nonocurie	37 Bq
pCi	Picocurie	0.037 Bq